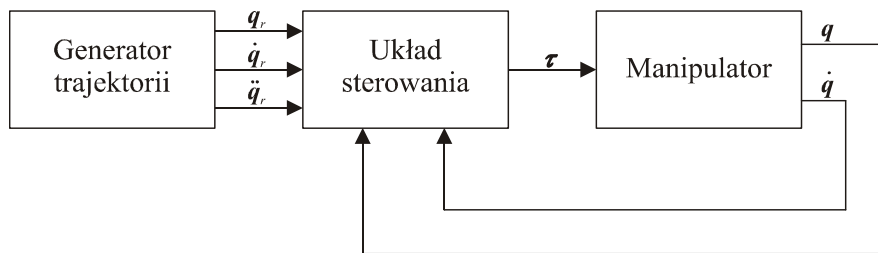


8. Sterowanie osiami manipulatora

Zadaniem układu sterowania manipulatora jest takie wysterowanie zespołów napędowych, aby końcówka technologiczna robota możliwie dokładnie odzwierciedliła zadaną trajektorię ruchu. Dalej będziemy przyjmować, że:

- manipulator posiada czujniki do pomiaru położenia q i prędkości \dot{q} poszczególnych złączy;
- układy napędowe manipulatora wywierają siłę lub moment napędowy (zależnie od rodzaju złącza) na sąsiedni człon o wyższym numerze (patrz reprezentacja D-H);
- elektryczne stałe czasowe serwonapędów napędzających złącza manipulatora są znacznie mniejsze od mechanicznych stałych czasowych układu regulacji położenia. Z tego względu elektryczne stałe czasowe mogą zostać pominięte przy wyprowadzeniu prawa sterowania położeniem manipulatora.

Na rys. 1 przedstawiono schemat blokowy układu sterowania manipulatora. Generator trajektorii przesyła do układu sterowania zadaną trajektorię ruchu q_r oraz jej pierwszą \dot{q}_r i drugą \ddot{q}_r pochodną po czasie (tj. zadaną prędkość i przyspieszenie z jakimi poszczególne złącza manipulatora powinny się przemieszczać). Wielkością którą możemy sterować jest wektor sił i momentów napędowych τ wytwarzanych przez serwonapędy umieszczone w poszczególnych złączach. Wszystkie sygnały przedstawione na rys. 1 mają postać wektorów o wymiarze $n \times 1$ (gdzie n jest liczbą złączy manipulatora).



Rys. 1. Schemat blokowy układu sterowania manipulatora

Podstawowa trudność w doborze prawa sterowania manipulatora wynika z nieliniowości równań różniczkowych opisujących dynamikę manipulatora

$$B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + h(q) + r(q, \dot{q}) = \tau \quad (1)$$

gdzie: $B(q)$ – symetryczna macierz inercji manipulatora, $C(q, \dot{q})$ – macierz sprzężeń prędkościowych, $h(q)$ – wektor opisujący siły grawitacyjne działające na manipulator, $r(q, \dot{q})$ – wektor sił tarcia. Podzielmy układ sterowania manipulatora na część modelową i sprzężeniową. Część modelową prawa sterowania dobierzemy tak, aby część sprzężeniowa poszczególne człony manipulatora „widziała” jak jednostkowe momenty bezwładności niezwiązane ze sobą. W wyniku takiego podziału parametry manipulatora wystąpią tylko w części modelowej, a część sprzężeniowa będzie od nich niezależna.

Zapiszmy część modelową prawa sterowania w postaci

$$\tau = \alpha \tau' + \beta \quad (2)$$

gdzie:

$$\alpha = B(q) \quad (2a)$$

$$\beta = C(q, \dot{q})\dot{q} + h(q) + r(q, \dot{q}) \quad (2b)$$

Podstawiając (2) do (1) otrzymujemy

$$\ddot{q} = \tau' \quad (3)$$

Jest to równanie ruchu mas jednostkowych (jednostkowych momentów bezwładności) niezwiązanych ze sobą.

Część sprzężeniowa prawa sterowania opisuje regulatory sterujące ruchem manipulatora. Zdefiniujmy uchyb między zadaną i aktualną trajektorią ruchu jako

$$e = q_r - q \quad (4)$$

Przyjmijmy następujące prawo sterowania w celu obliczenia τ'

$$\tau' = \ddot{q}_r + K_v \dot{e} + K_p e \quad (5)$$

Podstawienie (5) do równań ruchu mas jednostkowych (3) otrzymuje się równanie uchybu opisujące zamknięty układ regulacji położenia manipulatora

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = 0 \quad (6)$$

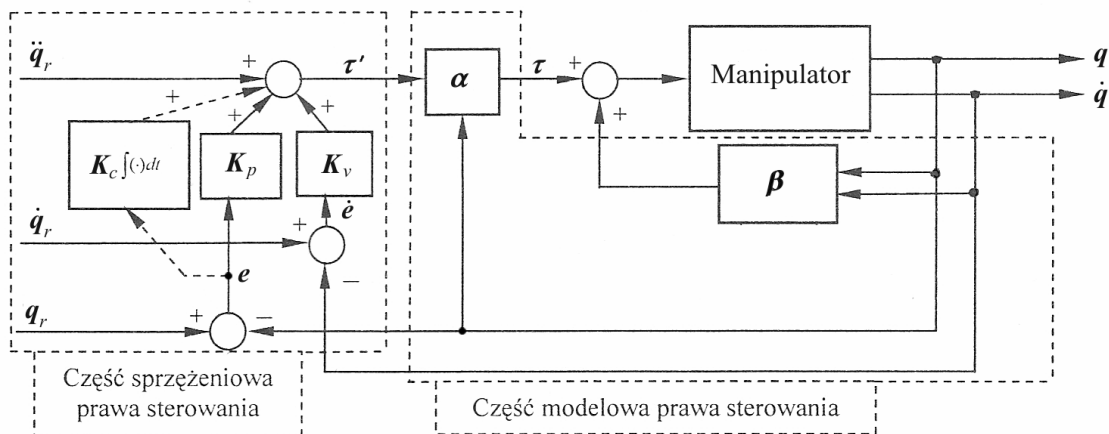
Jest to równanie wektorowe o zmiennych rozdzielonych, ponieważ macierze K_v i K_p są diagonalne; tak więc równanie (6) można stosować dla każdego złącza w postaci

$$\ddot{e}_i + k_v \dot{e}_i + k_p e_i = 0 \quad (7)$$

Dla takiego równania różniczkowego drugiego rzędu możemy tak dobrać nastawy regulatora, aby uzyskać określoną odpowiedź układu regulacji (często z tłumieniem krytycznym). Prawo sterowania w postaci (5) nie umożliwia uzyskania zerowego uchybu w stanie ustalonym. W celu jego wyeliminowania do prawa sterowania (5) wprowadza się wyraz całkowy

$$\tau' = \ddot{q}_r + K_v \dot{e} + K_p e + K_c \int e dt \quad (8)$$

Prawo sterowania o postaci (5) jest nazywane prawem sterowania regulatorem PD, natomiast prawo sterowania o postaci (8) prawem sterowania regulatorem PID. Na rys. 2 przedstawiono część modelową i sprzężeniową prawa sterowania położeniem manipulatora.



Rys. 2. Schemat blokowy ilustrujący część modelową i sprzężeniową prawa sterowania położeniem manipulatora

Nastawy regulatorów powinny być tak dobrane, aby zapewnić nieoscylacyjne przebiegi zmiennych złączowych q . Do obliczeń tych nastaw potrzebna jest znajomość częstotliwości rezonansowej wynikającej ze skończonej sztywności mechanicznej członów f_{rez} . Dla członów o napędzie bezpośrednim proponuje się stosowanie $f_{rez} = 70$ Hz. Dla członów napędzanych pośrednio, czyli za pomocą przekładni f_{rez} wynosi najczęściej od 5 do 25 Hz. Nastawy regulatorów PD obliczamy z (9 i 10). Nastawy regulatorów PID z (9, 11 i 12).

$$k_p = \frac{1}{4} (2\pi f_{rez})^2 \quad (9)$$

$$k_v = 2\sqrt{k_p} \quad (10)$$

$$k_v = \sqrt{(27/8)k_p} \quad (11)$$

$$k_c = k_p^2 / (4k_v) \quad (12)$$

Równania (9 – 12) wynikają z analizy linii pierwiastkowych zamkniętego układu regulacji.

Literatura:

- [1] Jezierski E.: *Dynamika robotów*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2006
- [2] Craig J. J.: *Wprowadzenie do robotyki. Mechanika i sterowanie*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1995
- [3] Szkodny T.: *Zbiór zadań z podstaw robotyki*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2010

Informacja o prawach autorskich

*O ile nie zaznaczono inaczej, rysunki i teksty pochodzą z pozycji podanych w literaturze.
Niniejsze opracowanie stanowi pomoc do wykładu „Podstawy Robotyki”.*